

8.2. Однородный бруск в виде параллелепипеда из материала с плотностью ρ и размерами $a \times b \times b$ ($b < a$) стоит квадратной гранью на дне большого аквариума, в который до уровня h налита вода ($h < a$, $\rho_w < \rho$, где ρ_w – плотность воды). Какую минимальную силу надо приложить к бруску, чтобы он начал наклоняться, вращаясь относительно нижнего ребра? Бруск по дну аквариума не скользит. Ускорение свободного падения равно g .

Решение.

Искомая сила будет минимальной, если приложить ее **перпендикулярно** плечу максимально возможной длины, которым в данном случае является диагональ боковой грани бруска.

В начальной стадии вращения (как только нижняя грань оторвалась от дна аквариума) на бруск действуют следующие силы:

- приложенная перпендикулярно к верхнему ребру и диагонали грани $a \times b$ искомая сила F ;
- приложенная к центру масс сила тяжести mg ;
- приложенная к центру плаванья сила Архимеда F_A ;
- приложенная к нижнему ребру вертикально вверх сила реакции опоры N .

Запишем уравнение моментов сил относительно точки опоры (тогда момент силы реакции опоры равен 0):

$$F \cdot \sqrt{a^2 + b^2} = mg \cdot \frac{b}{2} - F_A \cdot \frac{b}{2}. \quad (1)$$

Сила Архимеда равна:

$$F_A = \rho_w g \cdot V_{nop} = \rho_w g \cdot hb^2. \quad (2)$$

Масса бруска равна:

$$m = \rho V = \rho a \cdot b^2. \quad (3)$$

Отсюда получаем:

$$F = \frac{gb^3(\rho a - \rho_w h)}{2\sqrt{a^2 + b^2}}. \quad (4)$$

Примечание:

Если школьник направляет силу F параллельно верхней грани бруска, уравнение моментов силы будет выглядеть как:

$$F \cdot a = mg \cdot \frac{b}{2} - F_A \cdot \frac{b}{2}. \quad (1)$$

Получаемый ответ:

$$F = \frac{gb^3(\rho a - \rho_w h)}{2a}. \quad (4)$$

Разбалловка

№	Критерий	Баллы
1	Обоснована минимальность прилагаемой силы (перпендикулярно диагонали грани). При обосновании направления силы параллельно верхней грани за этот пункт ставим 0 баллов, за остальные пункты (при правильном решении) баллы не снимаем.	3

2	Записано уравнение моментов сил (1), с правильным указанием точек приложения сил.	3
3	Записано выражение (2) для силы Архимеда	1
4	Записано выражение (3) для массы бруска (или для силы тяжести бруска)	1
5	Получен ответ (4)	2
	Сумма	10